Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\sqrt{3}\sin 2x + 3\cos 2x = 0$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

Решение.

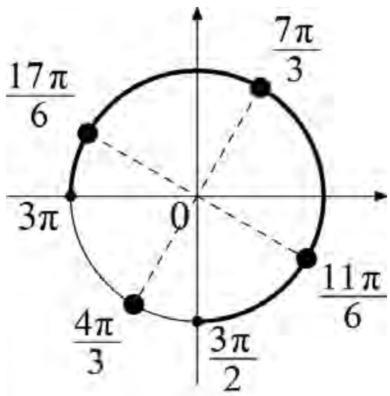
а) Если $\cos 2x = 0$, то из уравнения следует, что $\sin 2x = 0$, что противоречит основному тригонометрическому тождеству. Поэтому $\cos 2x$ отличен от 0, и на него можно поделить обе части уравнения:

$$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,2x + 3 = 0;\ \ \mathrm{tg}\,2x = -\sqrt{3};$$

$$2x = -\frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z};\ \ x = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2},\ k \in \mathbb{Z}.$$

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$:

$$x = \frac{11\pi}{6},\ x = \frac{7\pi}{3},\ x = \frac{17\pi}{6}.$$



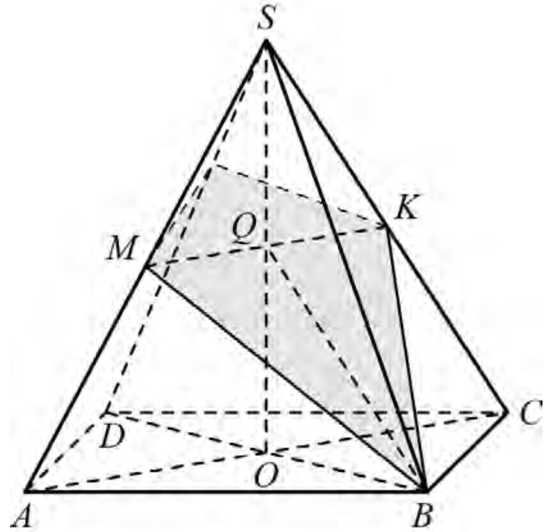
Ответ: а) $-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2};\ k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}, \frac{17\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. *а*) и в п. *б*)	2
Обоснованно получен верный ответ в п. *а*), но обоснование отбора корней в п. *б*) не приведено или задача в п. *а*) обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. *б*) приведён обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка S — вершина. Точка M — середина ребра SA, точка K — середина ребра SC. Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если $AB = 8$, $SC = 10$.

Решение.

Проведём из точки B перпендикуляр BQ к MK, Q — середина MK. Точка Q является серединой высоты SO. Прямая MK параллельна прямой пересечения плоскостей BMK и ABC, $QO \perp MK$, $OB \perp MK$. Следовательно, $\angle QBO$ — искомый линейный угол. Найдём QO:



$$BO = 4\sqrt{2}; \qquad SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{17};$$

$$QO = \frac{1}{2}SO = \sqrt{17}.$$

Значит, $\operatorname{tg}\angle QBO = \dfrac{\sqrt{17}}{4\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{34}}{8}$.

Ответ: $\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{34}}{8}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ, или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите систему неравенств: $\begin{cases} \log_{2x-1}(4x-5)+\log_{4x-5}(2x-1)\le 2, \\ 25^x-5\cdot 10^x-6\cdot 4^x\le 0. \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство:

$$\log_{2x-1}(4x-5)+\frac{1}{\log_{2x-1}(4x-5)}\le 2.$$

Сделаем замену $y=\log_{2x-1}(4x-5)$:

$$y+\frac{1}{y}\le 2;\quad \frac{(y-1)^2}{y}\le 0,\ \text{откуда } y=1 \text{ или } y<0.$$

Если $\log_{2x-1}(4x-5)=1$, то

$$\begin{cases} 2x-1=4x-5, \\ 2x-1>0, \\ 2x-1\ne 1, \end{cases} \quad \text{откуда } x=2.$$

Если $\log_{2x-1}(4x-5)<0$, то

$$\begin{cases} \dfrac{4x-5-1}{2x-1-1}<0, \\ 2x-1>0, \\ 4x-5>0, \\ 2x-1\ne 1, \end{cases} \quad \text{откуда} \begin{cases} \dfrac{2x-3}{x-1}<0, \\ x>\dfrac{5}{4}; \end{cases} \quad \frac{5}{4}<x<\frac{3}{2}.$$

Решение первого неравенства: $\dfrac{5}{4}<x<\dfrac{3}{2}$ или $x=2$.

Решим второе неравенство. Разделим обе части на 4^x:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}-5\left(\frac{5}{2}\right)^{x}-6\le 0.$$

Сделаем замену $z=\left(\dfrac{5}{2}\right)^x$. Получаем $z^2-5z-6\le 0$; $-1\le z\le 6$.

Отсюда находим $\left(\dfrac{5}{2}\right)^x\le 6$; $x\le \log_{2,5}6$.

Решение второго неравенства: $x\le \log_{2,5}6$.

Решением системы является общая часть решений двух неравенств.

Учитывая, что $\frac{3}{2} < \log_{2,5}6 < 2$, находим решение системы: $\frac{5}{4} < x < \frac{3}{2}$.

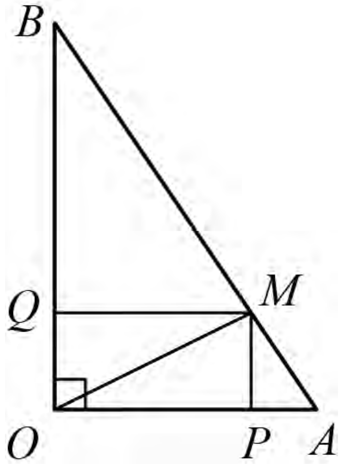
Ответ: $\left(\frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4 Расстояния от точки M, расположенной внутри прямого угла, до сторон угла равны 3 и 6. Через точку M проведена прямая, отсекающая от угла треугольник, площадь которого равна 48. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого внутри угла.

Решение.

Пусть O — вершина данного угла, P и Q — проекции точки M на стороны угла, $MP = 3$, $MQ = 6$, A и B — точки, в которых прямая, проходящая через точку M, пересекает стороны соответственно OP и OQ данного прямого угла. Обозначим $OA = x$, $OB = y$. Тогда $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}xy = 48$.



С другой стороны,

$$S_{\Delta AOB} = S_{\Delta AOM} + S_{\Delta BOM} = \frac{1}{2}OA \cdot MP + \frac{1}{2}OB \cdot MQ = \frac{1}{2}x \cdot 3 + \frac{1}{2}y \cdot 6 = \frac{3}{2}x + 3y = 48.$$

Из системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xy = 48, \\ \frac{3}{2}x + 3y = 48 \end{cases}$$

находим, что $x = 8$, $y = 12$ или $x = 24$, $y = 4$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}$$

или

$$AB = \sqrt{24^2 + 4^2} = 4\sqrt{37}.$$

Ответ: $4\sqrt{13}$ или $4\sqrt{37}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Получено одно правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена геометрическая конфигурация, в которой получены одно или два значения искомой величины, неправильные из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{4^{-x^2} - a \cdot 2^{1-x^2} + a}{2^{1-x^2} - 1} = 3$$

имеет хотя бы одно решение.

Решение.

Сделаем замену $z = 2^{-x^2}$. $x^2 \ge 0$, поэтому $0 < z \le 1$. Задачу можно сформулировать так: найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $\frac{z^2 - 2az + a}{2z - 1} = 3$ имеет хотя бы одно решение, удовлетворяющее условию $0 < z \le 1$.

Перейдем к системе:

$$\begin{cases} z^2 - 2az + a = 6z - 3, \\ z \ne 0,5, \\ 0 < z \le 1; \end{cases} \quad \begin{cases} z^2 - 2(a+3)z + a + 3 = 0, \\ z \ne 0,5, \\ 0 < z \le 1. \end{cases}$$

Заметим, что ни при одном значении a число $z = 0,5$ не является корнем уравнения.

Рассмотрим функцию $f(z) = z^2 - 2(a+3)z + a + 3$. Её график — парабола, ветви которой направлены вверх. Следовательно, условие задачи выполнено тогда и только тогда, когда выполняется одно из трёх условий:

1) Трёхчлен имеет два различных корня, и только больший из них лежит на промежутке $(0;\ 1]$ (см. рис.1), то есть $\begin{cases} f(0) < 0, \\ f(1) \ge 0. \end{cases}$

2) Трёхчлен имеет два различных корня, и только меньший из них лежит на промежутке $(0;\ 1]$ (см. рис.2), то есть $\begin{cases} f(0) > 0, \\ f(1) \le 0. \end{cases}$

3) Трёхчлен имеет два корня, возможно, совпадающих, и оба лежат на промежутке $(0;\ 1]$ (см. рис.3), то есть $\begin{cases} f(0) > 0, \\ f(1) \ge 0, \\ f(z_0) \le 0. \end{cases}$ где z_0 — абсцисса вершины параболы.

Эти условия соответствуют следующим способам расположения графика функции $f(z)$:

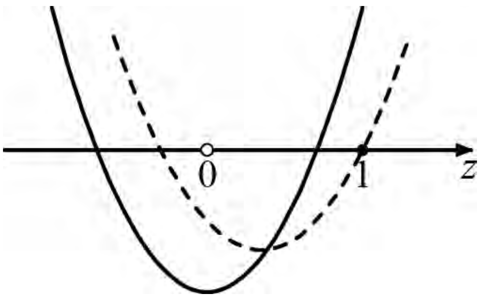


Рис. 1

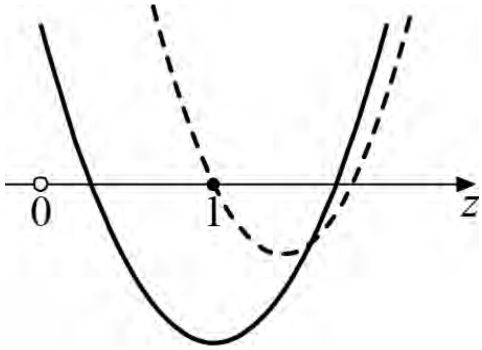


Рис. 2

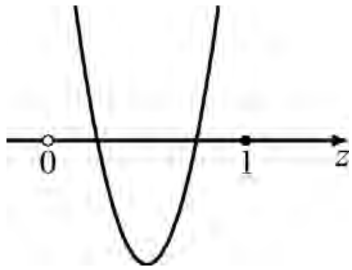


Рис. 3

Решим систему 1: $\begin{cases} a+3<0, \\ 1-a-3\ge 0; \end{cases}$ $\begin{cases} a<-3, \\ a\le -2; \end{cases}$ $a<-3.$

Решим систему 2: $\begin{cases} a+3>0, \\ 1-a-3\le 0; \end{cases}$ $\begin{cases} a>-3, \\ a\ge -2; \end{cases}$ $a\ge -2.$

Решим систему 3: $\begin{cases} a+3>0, \\ 1-a-3\ge 0, \\ (a+3)^2-2(a+3)+a+3\le 0; \end{cases}$ $\begin{cases} a>-3, \\ a\le -2, \\ a\ge -2, \end{cases}$ откуда $a=-2.$

Ответ: $a<-3$, $a\ge -2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

C6 Дана последовательность натуральных чисел, причём каждый следующий член отличается от предыдущего либо на 10, либо в 6 раз. Сумма всех членов последовательности равна 257.

а) Какое наименьшее число членов может быть в этой последовательности?

б) Какое наибольшее количество членов может быть в этой последовательности?

Решение.

а) Последовательность не может состоять из двух членов, так как уравнения $x+(x+10)=257$, $x+6x=257$ неразрешимы в целых числах. Последовательность может состоять из трёх членов, например, так: $19+114+124=257$.

б) Сумма двух соседних чисел равна как минимум 7; поскольку $257=36\cdot 7+5$, будет самое большее 36 пар и ещё одно число. Но сумма может быть равна 7 только для пары $1+6$, а если все пары такие, то добавить к ним число 5 нельзя. А для остальных пар сумма равна как минимум 12. Поэтому на самом деле 73 числа обеспечить нельзя, а 72 числа можно в ситуации 1, 6, 1, 6, 1, 6, ..., 1, 6, 1, 11 (пара 1, 6 повторяется 35 раз).

Ответ: а) 3; б) 72.

Содержание критерия	Баллы
Верно выполнены все пункты	4
Выполнен пункт а), а в пункте б) доказано, что больше 72 чисел быть не может	3
Выполнен пункт а)	2
Приведён пример последовательности из трёх чисел	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1 а) Решите уравнение $\sin x + \sin^2\frac{x}{2} = \cos^2\frac{x}{2}$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Перенесём $\sin^2\frac{x}{2}$ в правую часть и применим формулу для косинуса двойного угла:

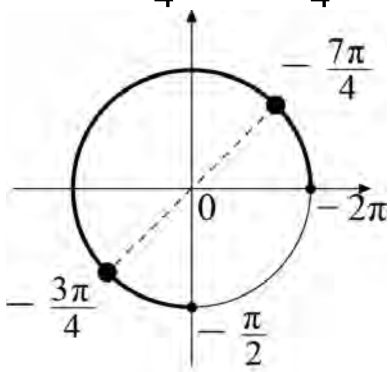
$$\sin x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2};\ \sin x = \cos x.$$

Если $\cos x = 0$, то из уравнения следует, что $\sin x = 0$, что противоречит основному тригонометрическому тождеству. Поэтому $\cos x$ отличен от 0, и на него можно поделить обе части уравнения:

$$\operatorname{tg} x = 1;\ x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$$

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$:

$$x = -\frac{7\pi}{4},\ x = -\frac{3\pi}{4}.$$

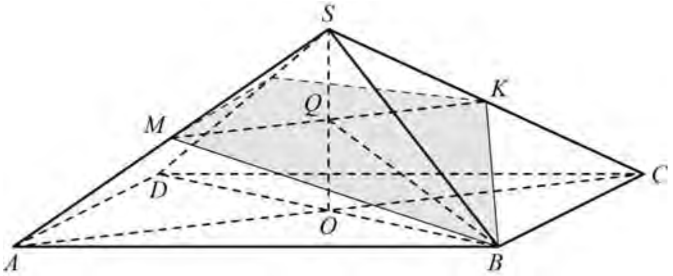


Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + \pi k;\ k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. *а*) и в п. *б*)	2
Обоснованно получен верный ответ в п. *а*), но обоснование отбора корней в п. *б*) не приведено или задача в п. *а*) обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. *б*) приведён обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка S — вершина. Точка M — середина ребра SA, точка K — середина ребра SC. Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если $AB = 10$, $SC = 8$.

Решение.
Проведём из точки B перпендикуляр BQ к MK, Q — середина MK. Точка Q является серединой высоты SO. Прямая MK параллельна прямой пересечения плоскостей BMK и ABC, $QO \perp MK$, $OB \perp MK$. Следовательно, $\angle QBO$ — искомый линейный угол. Найдём QO :



$$BO = 5\sqrt{2}; \quad SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{8^2 - (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{14};$$

$$QO = \frac{1}{2}SO = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Значит, $\operatorname{tg}\angle QBO = \dfrac{\sqrt{14}}{10\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{7}}{10}.$

Ответ: $\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{7}}{10}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ, или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите систему неравенств: $\begin{cases} \log_{x+1}(2x-5)+\log_{2x-5}(x+1)\le 2, \\ 25^x-20^x-2\cdot 16^x\le 0. \end{cases}$

Решение.

Решим первое неравенство:

$$\log_{x+1}(2x-5)+\frac{1}{\log_{x+1}(2x-5)}\le 2.$$

Сделаем замену $y=\log_{x+1}(2x-5)$:

$$y+\frac{1}{y}\le 2;\quad \frac{(y-1)^2}{y}\le 0,$$

откуда $y=1$ или $y<0$.

Если $\log_{x+1}(2x-5)=1$, то

$$\begin{cases} x+1=2x-5, \\ x+1>0, \\ x+1\ne 1, \end{cases}\qquad \text{откуда } x=6.$$

Если $\log_{x+1}(2x-5)<0$, то

$$\begin{cases} \dfrac{2x-5-1}{x+1-1}<0, \\ x+1>0, \\ 2x-5>0, \\ x+1\ne 1, \end{cases}\qquad \text{откуда} \begin{cases} \dfrac{x-3}{x}<0, \\ x>\dfrac{5}{2}; \end{cases}\qquad \frac{5}{2}<x<3.$$

Решение первого неравенства: $\dfrac{5}{2}<x<3$ или $x=6$.

Решим второе неравенство. Разделим обе части на 16^x:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{2x}-\left(\frac{5}{4}\right)^{x}-2\le 0.$$

Сделаем замену $z=\left(\dfrac{5}{4}\right)^x$. Получаем: $z^2-z-2\le 0;\quad -1\le z\le 2.$

Обратная замена: $\left(\dfrac{5}{4}\right)^x\le 2;\quad x\le \log_{1,25}2.$

Решение второго неравенства: $x \le \log_{1,25} 2$.

Решением системы является общая часть решений двух неравенств.

Учитывая, что $3 < \log_{\frac{5}{4}} 2 < 6$, находим решение системы: $\frac{5}{2} < x < 3$.

Ответ: $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

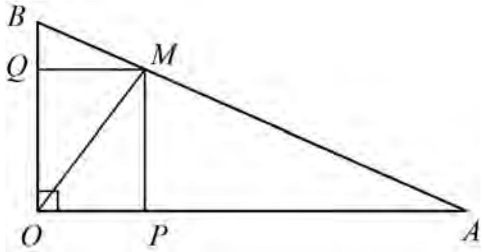
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4 Расстояния от точки M, расположенной внутри прямого угла, до сторон угла равны 4 и 3. Через точку M проведена прямая, отсекающая от угла треугольник, площадь которого равна 32. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого внутри угла.

Решение.

Пусть O — вершина данного угла, P и Q — проекции точки M на стороны угла, $MP = 4$, $MQ = 3$, A и B — точки, в которых прямая, проходящая через точку M, пересекает стороны соответственно OP и OQ данного прямого угла. Обозначим $OA = x$, $OB = y$. Тогда

$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}xy = 32.$$



С другой стороны,

$$S_{\Delta AOB} = S_{\Delta AOM} + S_{\Delta BOM} = \frac{1}{2}OA \cdot MP + \frac{1}{2}OB \cdot MQ = \frac{1}{2}x \cdot 4 + \frac{1}{2}y \cdot 3 = 2x + \frac{3}{2}y = 32.$$

Из системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xy = 32, \\ 2x + \frac{3}{2}y = 32 \end{cases}$$

находим, что $x = 4$, $y = 16$ или $x = 12$, $y = \frac{16}{3}$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 16^2} = 4\sqrt{17}$$

или

$$AB = \sqrt{12^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2} = \frac{4}{3}\sqrt{97}.$$

Ответ: $4\sqrt{17}$ или $\frac{4}{3}\sqrt{97}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Получено одно правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена геометрическая конфигурация, в которой получены одно или два значения искомой величины, неправильные из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{1-2a\sqrt{1+x^2}+a\left(1+x^2\right)}{\left(1+x^2\right)-2\sqrt{1+x^2}}=3$$

имеет хотя бы одно решение.

Решение.

Поделим числитель и знаменатель дроби на $1+x^2$:

$$\frac{\frac{1}{1+x^2}-\frac{2a}{\sqrt{1+x^2}}+a}{1-\frac{2}{\sqrt{1+x^2}}}=3.$$

Сделаем замену $z=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$:

$$\frac{z^2-2az+a}{1-2z}=3.$$

$1+x^2\geq 1,$ поэтому $0<z\leq 1.$

Задачу можно сформулировать так: найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $\frac{z^2-2az+a}{1-2z}=3$ имеет хотя бы одно решение, удовлетворяющее условию $0<z\leq 1.$

Перейдем к системе:

$$\begin{cases} z^2-2az+a=-6z+3, \\ z\neq 0{,}5, \\ 0<z\leq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} z^2-2(a-3)z+a-3=0, \\ z\neq 0{,}5, \\ 0<z\leq 1. \end{cases}$$

Заметим, что ни при одном значении a число $z=0,5$ не является корнем уравнения.

Рассмотрим функцию $f(z)=z^2-2(a-3)z+a-3.$ Её график — парабола, ветви которой направлены вверх. Следовательно, условие задачи выполнено тогда и только тогда, когда выполняется одно из трёх условий:

1) Трёхчлен имеет два различных корня, и только больший из них лежит на промежутке $(0;\,1]$ (см. рис. 1), то есть $\begin{cases} f(0)<0, \\ f(1)\geq 0. \end{cases}$

2) Трёхчлен имеет два различных корня, и только меньший из них лежит на промежутке $(0;\,1]$ (см. рис. 2), то есть $\begin{cases} f(0)>0, \\ f(1)\leq 0. \end{cases}$

3) Трёхчлен имеет два корня, возможно, совпадающих, и оба лежат на промежутке $(0;\,1]$ (см. рис. 3), то есть $\begin{cases} f(0) > 0, \\ f(1) \ge 0, \\ f(z_0) \le 0, \end{cases}$ где z_0 — абсцисса вершины параболы.

Эти условия соответствуют следующим способам расположения графика функции :

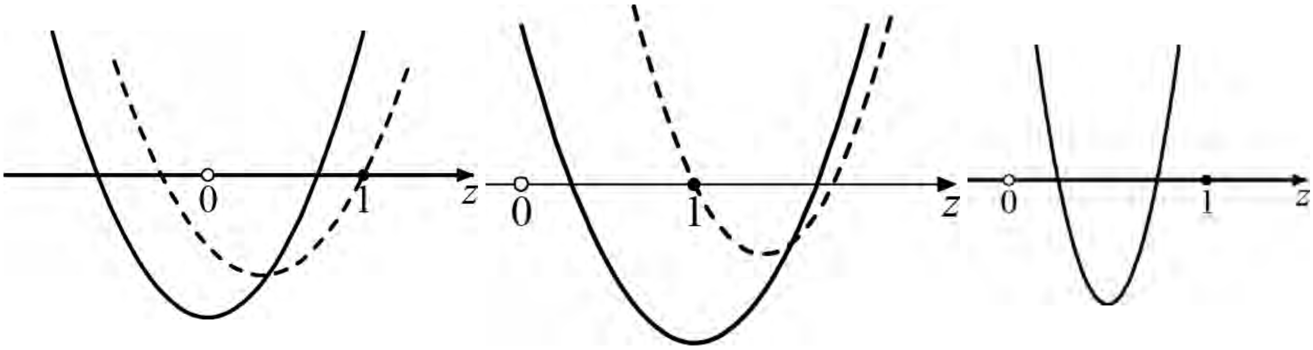


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3

Решим систему: $\begin{cases} a-3<0, \\ 1-a+3\ge 0; \end{cases}$ $\begin{cases} a<3, \\ a\le 4; \end{cases}$ $a<3.$

Решим систему: $\begin{cases} a-3>0, \\ 1-a+3\le 0; \end{cases}$ $\begin{cases} a>3, \\ a\ge 4; \end{cases}$ $a\ge 4.$

Решим систему: $\begin{cases} a-3>0, \\ 1-2(a-3)+a-3\ge 0, \\ (a-3)^2-2(a-3)^2+a-3\le 0; \end{cases}$ $\begin{cases} a>3, \\ a\le 4, \\ a\ge 4, \end{cases}$ откуда $a=4.$

Ответ: $a<3,\ a\ge 4.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений *a*, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений *a*	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений *a*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

С6 Дана последовательность натуральных чисел, причём каждый следующий член отличается от предыдущего либо на 12, либо в 8 раз. Сумма всех членов последовательности равна 437.

а) Какое наименьшее число членов может быть в этой последовательности?

б) Какое наибольшее количество членов может быть в этой последовательности?

Решение.

а) Последовательность не может состоять из двух членов, так как уравнения $x + (x + 12) = 437$, $x + 8x = 437$ неразрешимы в целых числах. Последовательность может состоять из трёх членов, например, так: $25 + 200 + 22 = 437$.

б) Сумма двух соседних чисел равна как минимум 9; поскольку $437 = 48 \cdot 9 + 5$, будет самое большее 48 пар и ещё одно число. Но сумма может быть равна 9 только для пары $1 + 8$, а если все пары такие, то добавить к ним число 5 нельзя. А для остальных пар сумма равна как минимум 14. Поэтому на самом деле 97 чисел обеспечить нельзя, а 96 чисел можно в ситуации 1, 8, 1, 8, 1, 8, ..., 1, 8, 1, 13 (пара 1, 8 повторяется 47 раз).

Ответ: а) 3; б) 96.

Содержание критерия	Баллы
Верно выполнены все пункты	4
Выполнен пункт а), а в пункте б) доказано, что больше 96 чисел быть не может	3
Выполнен пункт а)	2
Приведён пример последовательности из трёх чисел	1
Приведён пример последовательности из трёх чисел	0
Максимальный балл	4